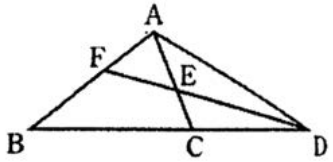
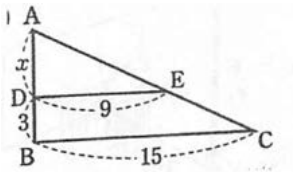

Live
VR授業
★選抜３問
3年生
3章～p.134
図形と相似①
啓林館
プリント①～③
― 証明＋線分比 ―

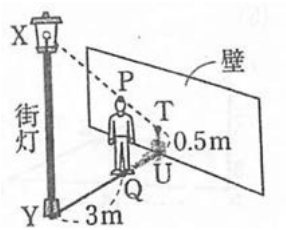
1 右の図のように、△ＡＢＣの辺ＢＣの延長上に、
∠ＣＢＡ＝∠ＣＡＤとなる点Ｄ をとる。∠ＡＤＣの二等分線が
辺ＡＣ、ＡＢと交わる点をそれぞれ Ｅ，Ｆとするとき、
△ＡＤＦ∽△ＣＤＥとなることを証明しなさい。



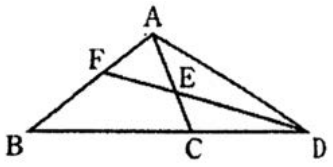

2 ＤＥ//ＢＣとするとき、χの値を求めなさい。

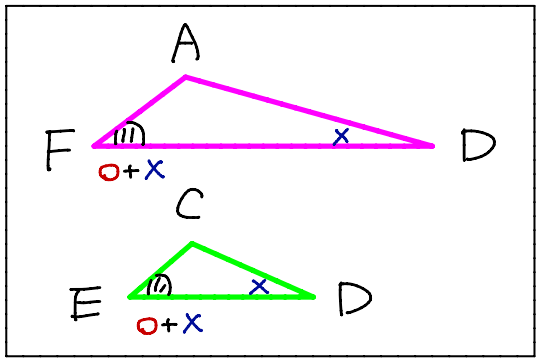


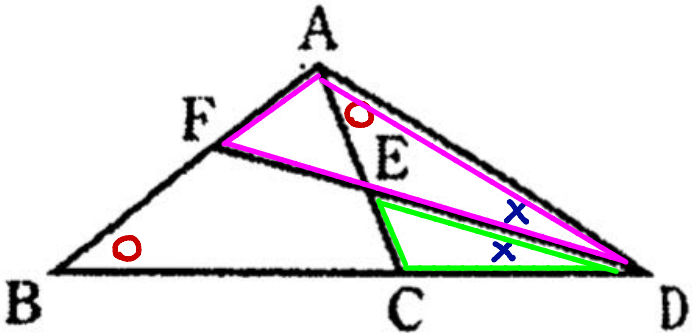

3 右の図のように高さ６ｍの
街灯と身長 1.5ｍの人との距離
が３ｍの地点で、街灯の点Ｘ
から出る光によってできたこの
人の影の一部が、地面に対して垂直な壁に映った。この
人の影のうち、影に映った部分ＴＵの長さが 0.5ｍのとき、
地面に映った部分ＵＱの長さを求めなさい。



1 右の図のように、△ABCの辺BCの延長上に、∠CBA＝∠CADとなる点Dをとる。∠ADCの二等分線が辺AC、ABと交わる点をそれぞれ E, Fとするとき、△ADF∽△CDEとなることを証明しなさい。




Point

辺に関する情報がないので「2組の角」の相似条件を目指す！

△ADF と △CDE で

∠ADF ＝ ∠CDE（仮定）… ①

∠AFD ＝ ∠CED … ②

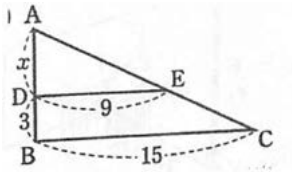
（∵ ∠AFD ＝ ∠FBD ＋ ∠FDB ＝ ○＋×
∠CED ＝ ∠EAD ＋ ∠ADE ＝ ○＋×）

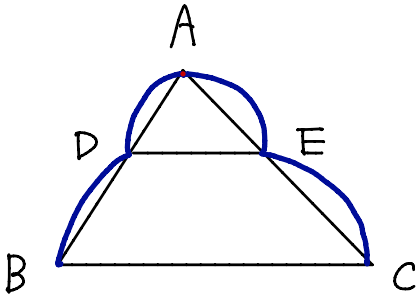
なぜなら
∴の記号
「便利！」

①，②より
2組の角がそれぞれ等しいので
△ADF ∽ △CDE

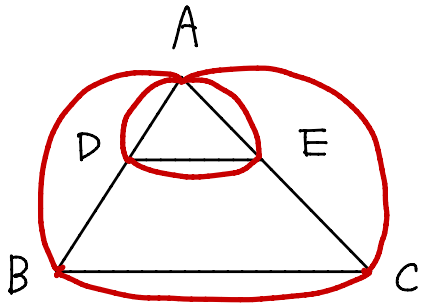
□

2 DE//BCとするとき、$x$の値を求めなさい。

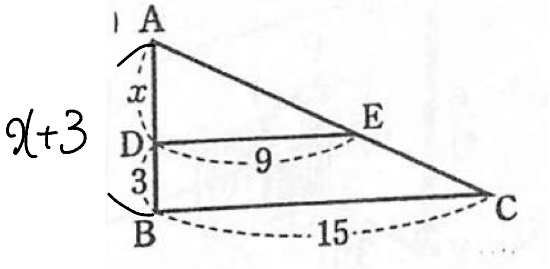



AD : DB = AE : EC




AD : AB = AE : AC
= DE : BC

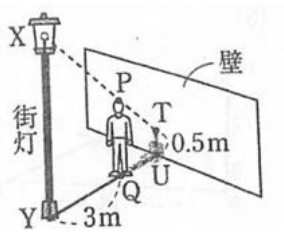


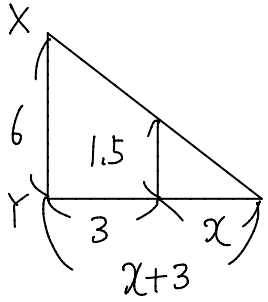

$$\boxed{x+3 : x = 15 : 9}$$

$$15x = 9(x+3)$$
$$15x = 9x + 27$$

$$6x = 27$$
$$x = \frac{9}{2}$$

3 右の図のように高さ6mの街灯と身長1.5mの人との距離が3mの地点で、街灯の点Xから出る光によってできたこの人の影の一部が、地面に対して垂直な壁に映った。この人の影のうち、影に映った部分TUの長さが0.5mのとき、地面に映った部分UQの長さを求めなさい。



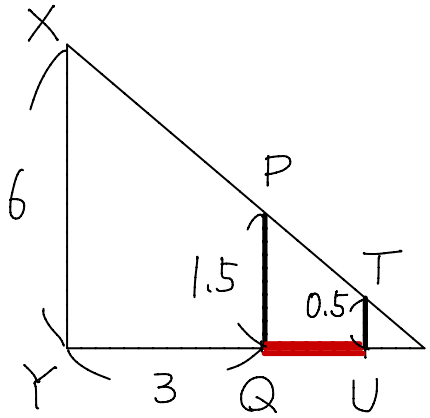

$6 : 1.5 = x+3 : x$

$6x = 1.5(x+3)$

$6x = 1.5x + 4.5$

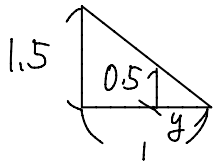
$4.5x = 4.5$

$x = 1$





平面の図に表し、
値をかき入れる。
↳ 考えやすくなる!



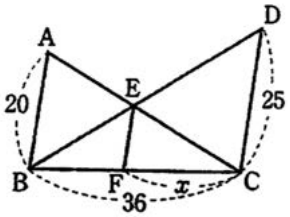

$1.5 : 0.5 = 1 : y$

$y = \frac{1}{3}$

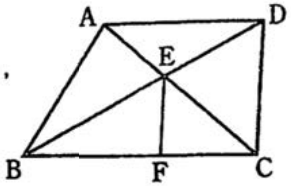
$QU = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$


Live
VT授業
★証明過去問
3年生
3章～p.134
図形と相似②
啓林館
プリント④＋過去問
ー 比公式＋台形 ー

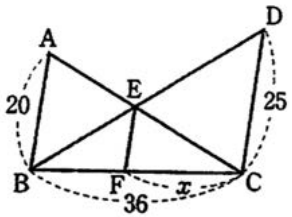
1 右の図で、ＡＢ、ＣＤ、ＥＦが平行であるとき、χの値を求めなさい。

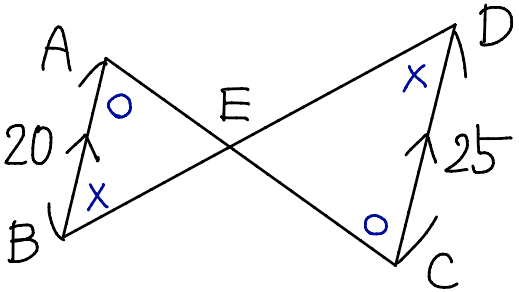



2 右の図で、四角形ABCDは、AD// BC、AD：BC＝2：3の台形であり、線分ＡＣとＤＢとの交点をＥとする。点Ｅを通り、辺ＤＣに平行な直線をひき、辺ＢＣとの交点をＦとする。ＥＦ＝6cmのとき、線分ＤＣの長さを求めなさい。



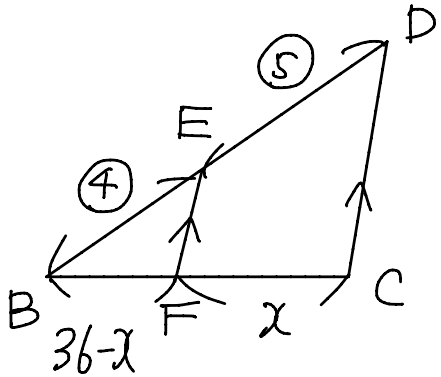
1 右の図で、AB、CD、EFが平行であるとき、$x$の値を求めなさい。




△ABE ∽ △CDE より

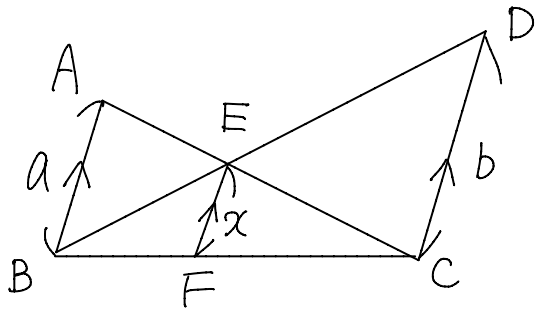
BE : ED = 20 : 25
= 4 : 5




△BEF ∽ △BDC より

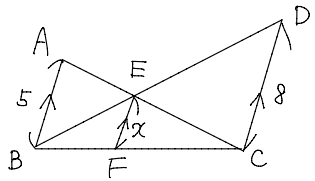
$4 : 5 = 36 - x : x$
$4x = 5(36 - x)$
$x = 20$

# 平行線と線分比の公式

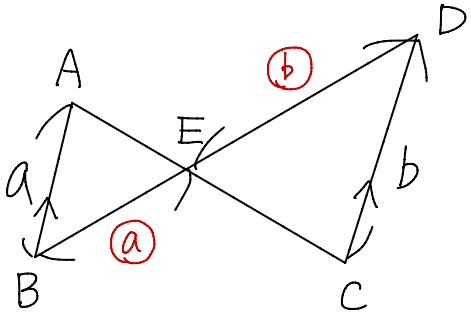



$$x = \frac{ab}{a+b}$$

例




$$x = \frac{5\times 8}{5+8} = \frac{40}{13}$$

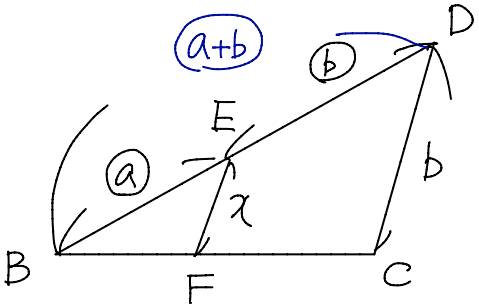



△ABE ∽ △CDE より

AB : CD = BE : DE

a : b = BE : DE

よって BE : DE = a : b




△BEF ∽ △BDC より

BE : BD = EF : DC

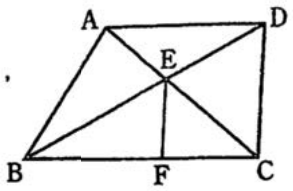
a : a+b = x : b

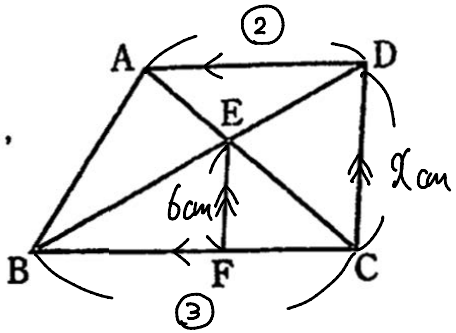
(a+b)x = ab

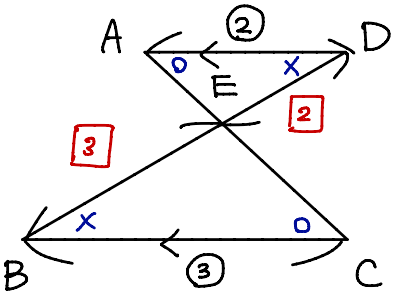
$$x = \frac{ab}{a+b}$$


$\frac{積}{和}$ と覚える！

2 右の図で、四角形ABCDは、AD// BC、
AD：BC＝2：3の台形であり、
線分ACとDBとの交点をEとする。
点Eを通り、辺DCに平行な直線をひき、
辺BCとの交点をFとする。
EF＝6cmのとき、線分DCの長さ
を求めなさい。



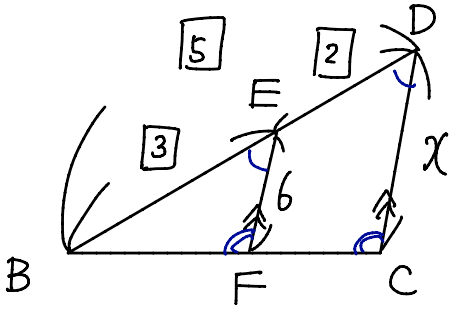




△ADE ∽ △CBE

AD : CB = DE : BE

2 : 3 = DE : BE




△BEF ∽ △BDC

BE : BD = EF : DC

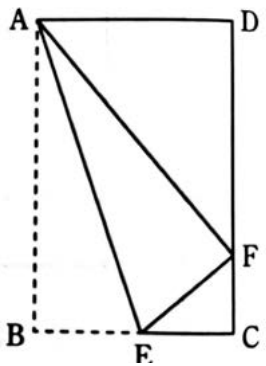
3 : 5 = 6 : x

3x = 30

x = 10

∴ DC = 10

【24B】 図のように、長方形 ABCD を、AE を折り目として頂点 B が辺 DC 上にくるように折り、頂点 B が移った点を F とする。このとき、△ADF∽△FCE であることを次のように証明したい。




【 Ⅰ 】、【 Ⅱ 】にあてはまる最も適当なものを、【 Ⅰ 】には下の A 群のアからウまで、【 Ⅱ 】には B 群のエからカまでの中からそれぞれ選んで、そのかな符号を書きなさい。また、【 A 】にはあてままる数値を書きなさい。 ただし AB＞BC とする。

( 証明 )

△ADF と△FCE で

∠ADF＝∠FCE＝90° ･･･①

また、

∠【 Ⅰ 】＋∠AFD＝【 A 】°

∠【 Ⅱ 】＋∠AFD＝【 A 】°

よって、

∠【 Ⅰ 】＝∠【 Ⅱ 】 ･･･②

①、②から、2組の角が、それぞれ等しいので、

△ADF∽△FCE [ 証明終了 ]

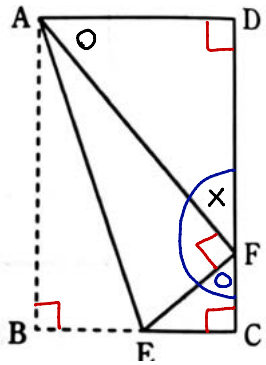
【A 群】

ア AFE　イ DFA　ウ FAD

【B 群】

エ CEF　オ EFC　カ AEF

【24B】 図のように、長方形 ABCD を、AE を折り目として頂点 B が辺 DC 上にくるように折り、頂点 B が移った点を F とする。このとき、△ADF∽△FCE であることを次のように証明したい。




【 I 】、【 II 】にあてはまる最も適当なものを、【 I 】には下の A 群のアからウまで、【 II 】には B 群のエからカまでの中からそれぞれ選んで、そのかな符号を書きなさい。また、【 A 】にはあてままる数値を書きなさい。 ただし AB > BC とする。

△ADFの
内角の和 = 180°
で直角が確定しているから。

（ 証明 ）

△ADF と△FCE で

∠ADF = ∠FCE = 90° …①

また、○ + × = 90°

∠【 I 】+ ∠AFD =【 A 】°

∠【 II 】+ ∠AFD =【 A 】°

一直線 180°
∠AFE = 90°
から。

よって、

∠【 I 】= ∠【 II 】 …②

①、②から、2組の角が、それぞれ等しいので、

△ADF∽△FCE [ 証明終了 ]

【A 群】

ア AFE　イ DFA　ウ FAD

【B 群】

エ CEF　オ EFC　カ AEF

[I]　[II]

A = 90°

Point

1 情報を図に書きこむ。

- そのまま使えるもの
- 文から性質を読みとるもの。

仮定 として使える！

2 与えられた流れを読みとる。

⚠ 自己流で証明しない。

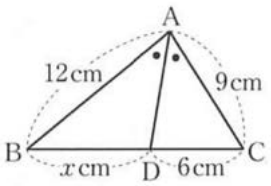
重要

自力でかく証明は、入試ではほぼ出題されないが、高校で必ず必要になる！

今からやっとかないと、高校のスピードに心を折られる。。。

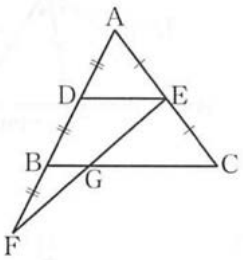

Live
VT
★公式理解
授業
3年生
3章～p.137
図形と相似③
啓林館
角二等分＋中点連結
― 相似重要2公式 ―

1 次の図で，ADは∠BACの二等分線である。$x$の値を求めなさい。

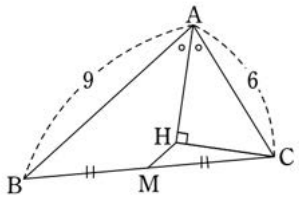



2 BC＝12cmであるとき，
次の線分の長さを求めなさい。

(1) DE　　(2) GC

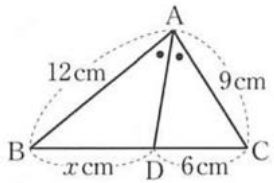


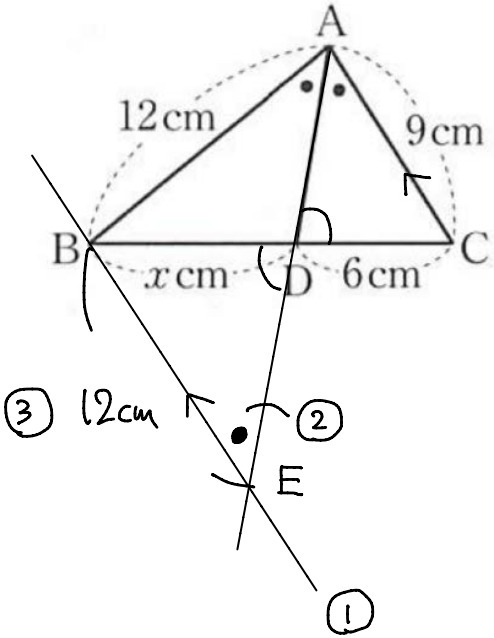

3 図の△ABCで，線分MHの長さを求めよ。




- 平行線
- 対角線
- 垂線
- 延長線
- 二等分線

1 次の図で，ADは∠BACの二等分線である。$x$の値を求めなさい。




① Bを通りACに平行な直線と，ADの延長線との交点をEとする。

② △ADC∽△EDB

(∵ ∠DAC＝∠DEB（AC//BEの錯角）
∠ADC＝∠EDB（対頂角）)

③ △BAEは∠BAE＝∠BEDより二等辺三角形であり，BE＝BA＝12cm

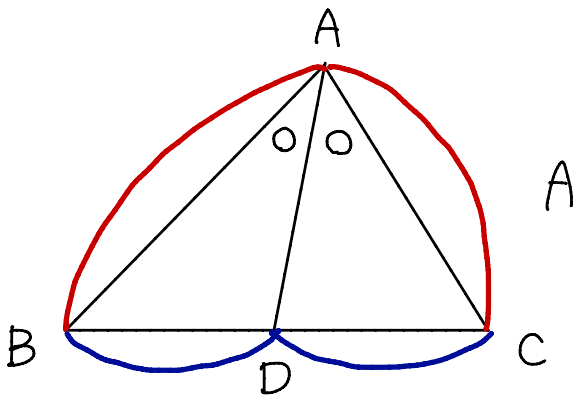
④ △ADC∽△EDBより対応する辺の比はすべて等しいので

AC：EB＝DC：DB

9：12＝6：$x$

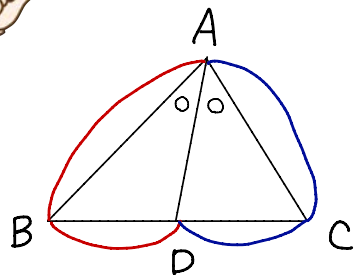
$9x=72$，$x=8$ //

## 角の二等分と辺の比の公式



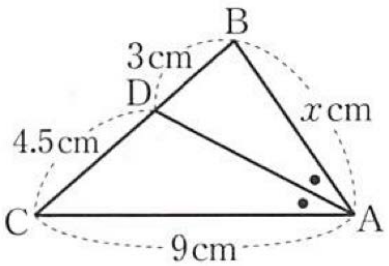

AB : AC
= BD : DC

Point




AB : BD = AC : DC
これもOK!

(例)




3 : x = 4.5 : 9

右辺だけで良い

小数は扱いづらいので×10

3 : x = 45 : 90

45x = 270

x = 6

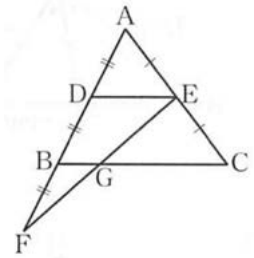
① x : 3 = 9 : 4.5
x : 3 = 90 : 45
45x = 270

② x : 9 = 3 : 4.5
x : 9 = 30 : 45
45x = 270

重要 正しい対応順なら式は同じになる!

2 BC＝12cm であるとき，
次の線分の長さを求めなさい。

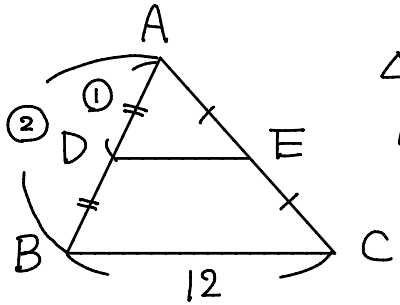
(1) DE　　(2) GC




△ADE ∽ △ABC の証明。

（・AD : AB = AE : AC = 1 : 2
・∠DAE = ∠BAC（共通））

(1)




△ADE ∽ △ABC より

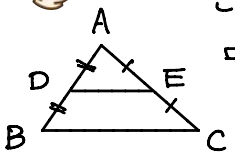
AD : AB = DE : BC

1 : 2 = DE : 12

2DE = 12　　DE = 6 //

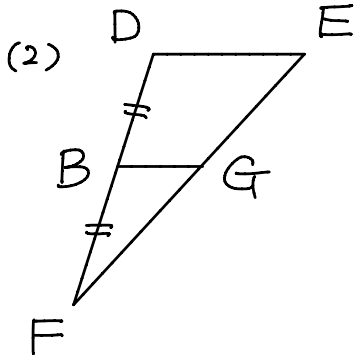

これを 中点連結定理 という。

中点で結ばれていると，




DE // BC ，DE = $\frac{1}{2}$BC

(2)




(1)より DE // BC

なので DE // BG

△FBG ∽ △FDE

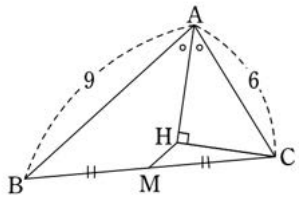
FB : FD = BG : DE

1 : 2 = BG : 6

BG = 3

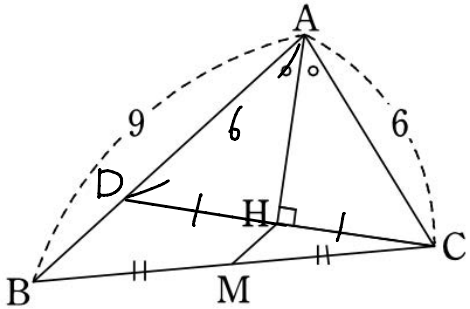
GC = BC − BG = 12 − 3 = 9 cm //

3 図の△ABCで，線分MHの長さを求めよ。




① △ADH ≡ △ACH

(∵ ∠AHD = ∠AHC = 90°
∠DAH = ∠CAH
AH = AH
1組の辺とその両端の角)




② ①より AD = AC = 6
DH = CH とわかる。

③ △CHMと△CDBで
中点連結定理より

$MH = \frac{1}{2}DB$

$= \frac{1}{2}(AB - AD)$

$= \frac{1}{2}(9-6) = \frac{3}{2}$ //

Point

MHの長さがほしい。
→ MHを含む相似な三角形を用いるために補助線DHを引いた。

Live授業

★過去問挑戦

# 3年生

## 3章～p.141
## 図形と相似④

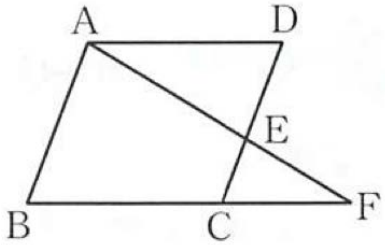
相似な図形の面積比

― 面積比基本2つ ―

啓林館

1　右の図のように，▱ABCDの辺CD上に，CE：ED＝2：3となる点Eがある。AEとBCをそれぞれ延長して交わる点をFとするとき，次の問いに答えなさい。

△ECFと▱ABCDの面積の比を求めなさい。

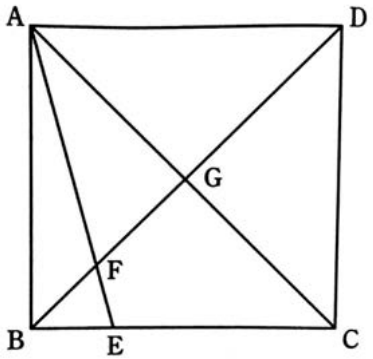



2　【25B】 図で、四角形ABCDは正方形であり、Eは辺BC上の点で、BE:EC＝1:3である。

また、F、Gはそれぞれ線分DBとAE、ACとの交点である。　AB＝10cmのとき、次の①、②の問いに答えなさい。

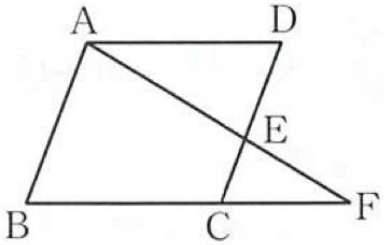
①　線分FEの長さは線分AFの長さの何倍か。

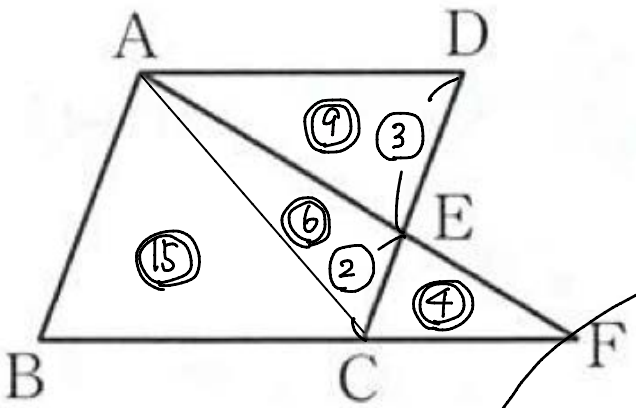
②　△AFGの面積は何cm²か、求めなさい。



1　右の図のように，▱ABCDの辺CD上に，CE：ED=2：3 となる点Eがある。AEとBCをそれぞれ延長して交わる点をFとするとき，次の問いに答えなさい。

△ECFと▱ABCDの面積の比を求めなさい。




$2:3=x:9$

$x=6$

◎ △CEF∽△DEA で

CE：ED = 2：3 より

△CEF：△DEA = 4：9

◎ △ACE：△AED = 6：9

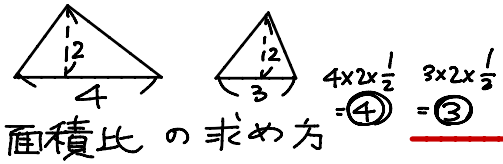
(∵ 底辺比 CE：ED = 2：3)

◎ △ABC = ▱ABCD × $\frac{1}{2}$ より

= 15

以上より △ECF：▱ABCD = 4：30

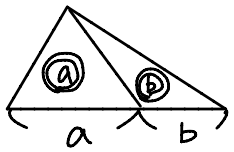
= 2：15 //




Point

面積比の求め方

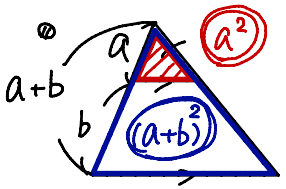
◎




高さが等しい場合

面積比 = 底辺比

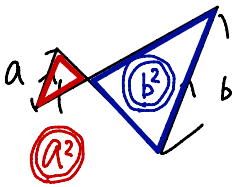
◎




相似の場合

面積比 =

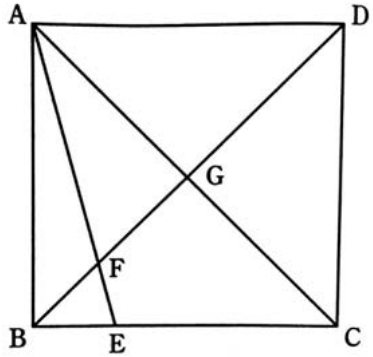
相似比²



2 【25B】 図で、四角形ABCDは正方形であり、Eは辺BC上の点で、BE:EC＝1:3である。
また、F、Gはそれぞれ線分DBとAE、ACとの交点である。 AB＝10cmのとき、次の①、②の問いに答えなさい。

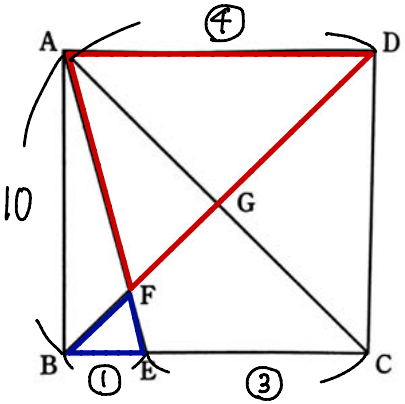
① 線分FEの長さは線分AFの長さの何倍か。

② △AFGの面積は何cm²か、求めなさい。




Point

問題となっている辺を含む2つの三角形をまずは考えてみよう！




① FEとAFの辺の比を問いている。

△AFD ∽ △EFB を用いて

AD＝④（∵ BE①＋EC③＝AD）

AF：FE＝AD：EB

＝4：1

よって $\frac{1}{4}$倍

何倍問題は慎重に倍数確認！

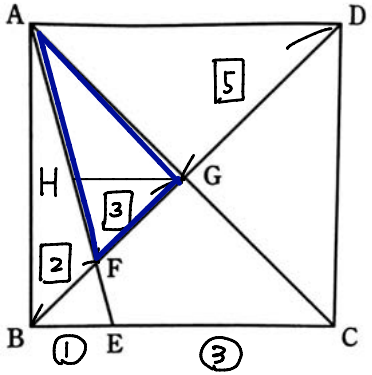
② △AFGの面積は何cm²か、求めなさい。

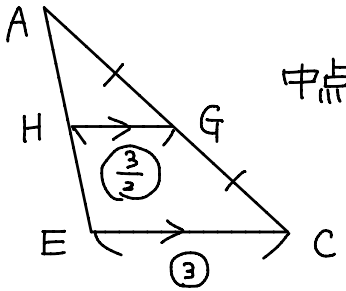
Point

△AFGの面積が求まる。

→ FGの辺の比がわかる！

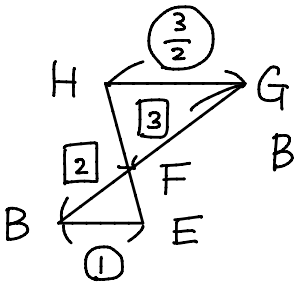
目標　BF : FG : GD




中点連結定理

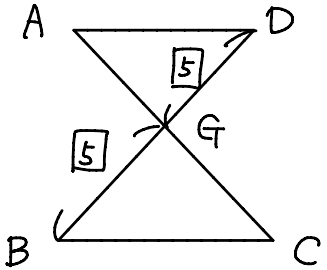
より HG = $\frac{3}{2}$




BF : FG = BE : HG

= ① : $\frac{3}{2}$

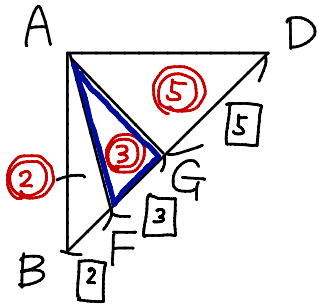
= 2 : 3　×2




以上より

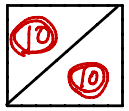
BF : FG : GD

= 2 : 3 : 5




底辺比 = 面積比 より

△ABD = 10




□ABCD = 20

以上より　△AFG : □ABCD = 3 : 20

□ABCD = 10×10 = 100 cm² なので

△AFG : 100 = 3 : 20

△AFG = 15　　15cm²

重要

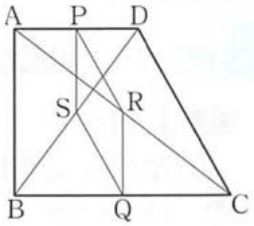
△AFG = □ABCD × $\frac{1}{2}$ × $\frac{1}{2}$ × $\frac{3}{5}$

= 100 × $\frac{3}{20}$ = 15

慣れてくると
この式で
かけるようになります。


Live
VT授業
★過去問挑戦
3年生
5章～p.141
図形と相似⑤
啓林館
中点連結定理活用
― 入試基本対応 ―

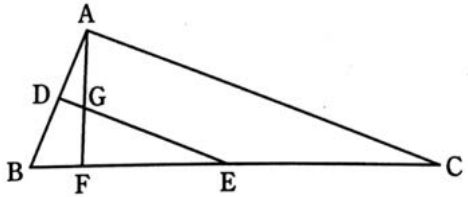
1　AD//BC の台形 ABCD で，辺 AD, BC, 対角線 AC, BD の中点をそれぞれ P, Q，R，S とする。




四角形 ABCD が，∠A＝∠B＝90°，AB＝AD＝8cm，BC＝14cm のとき，▱PSQR の面積を求めなさい。

2　【22B】 図で、D、E はそれぞれ△ABC の辺 AB、BC の中点で、F は辺 BC 上の点で、∠BAF＝∠BCA である。また、G は線分 AF と DE との交点である。

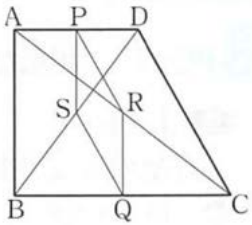
AB＝3cm、BC＝9cmのとき、次の①、②の問いに答えなさい。



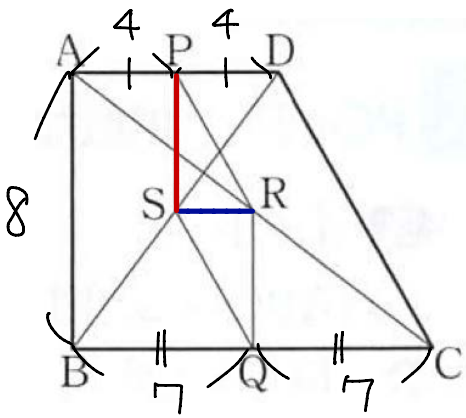

① 線分 FE の長さは何cmか、求めなさい。

② 線分 GE の長さは線分 DG の長さの何倍か、求めなさい。

1　AD//BC の台形 ABCD で，辺 AD, BC, 対角線 AC, BD の中点をそれぞれ P, Q, R, S とする。




四角形 ABCD が，∠A＝∠B＝90°，AB＝AD＝8cm，BC＝14cm のとき，▱PSQR の面積を求めなさい。



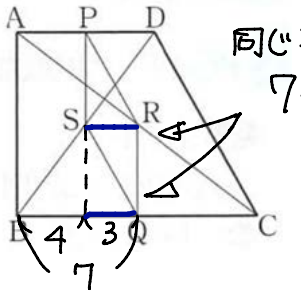

⓪ 平行四辺形 PQRS なので PS と SR の長さが求まれば PS×SR で面積が求まる。

① P, Q が AD, BC の中点より
AP＝PD＝4cm
BQ＝QC＝7cm
と決まる。

② △ADB と △PDS で中点連結定理より
$PS = \frac{1}{2}AB = 4$

PS＝4cm

③




同じ長さ
7−4＝3

SR＝3cm

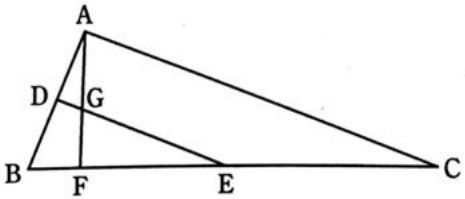
以上より ▱PSQR＝PS×SR
＝4×3
＝12cm²

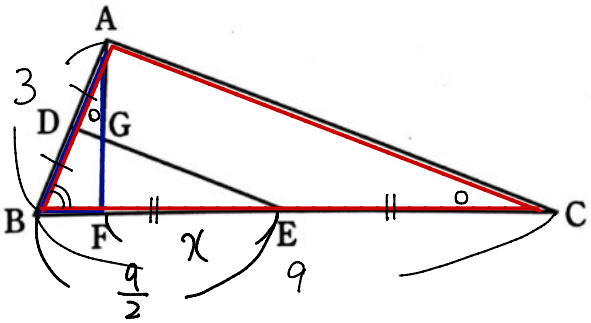
2 【22B】 図で、D、Eはそれぞれ△ABCの辺AB、BCの中点で、Fは辺BC上の点で、∠BAF＝∠BCAである。また、Gは線分AFとDEとの交点である。

AB＝3cm、BC＝9cmのとき、次の①、②の問いに答えなさい。

① 線分FEの長さは何cmか、求めなさい。

② 線分GEの長さは線分DGの長さの何倍か、求めなさい。




① △ABF ∽ △CBA

( ∵ ∠BAF＝∠BCA（仮定）
∠ABF＝∠CBA（共通） )

② Eは中点なので

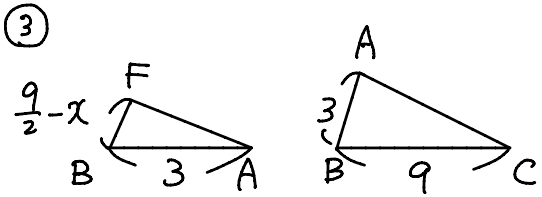
$BE = \frac{1}{2}BC = \frac{9}{2}$

求めたいFEを $x$ とおくと、

$BF = \frac{9}{2} - x$ と表せて、

この2つの相似比で $x$ を求める。

③




$FB : AB = BA : BC$

$\left(\frac{9}{2} - x\right) : 3 = 3 : 9$

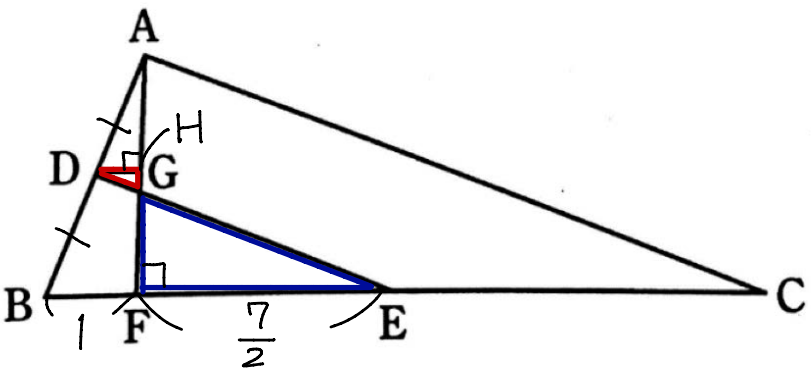
$9\left(\frac{9}{2} - x\right) = 9$

$\frac{9}{2} - x = 1$

$x = \frac{7}{2}$

∴ $FE = \frac{7}{2}$ cm

② 線分 GE の長さは線分 DG の長さの何倍か、求めなさい。




① GEとDGの比がわかればよいので

Dを通りBCに平行線と

AFの交点をH として

△DHG ∽ △EFG で考える。

② DHの長さがわかれば

DH : EF = DG : GE で目標達成。

③ △ADH ∽ △ABF で

AD : AB = DH : BF

1 : 2 = DH : 1 , $DH = \frac{1}{2}$

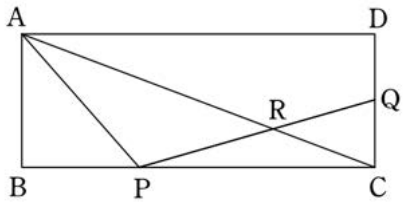
④ DH : EF = DG : GE で

$\frac{1}{2} : \frac{7}{2}$ = DG : GE

1 : 7 = 〃

∴ 7倍

1 右の図のように，長方形 ABCD があり，面積は 36 である。点 P は辺 BC 上にあり，点 Q は辺 CD の中点である。また，線分 AC と PQ との交点を R とする。三角形 ABP の面積が 6 であるとき，BP : PC＝ア［　　］，AR : RC＝イ［　　］である。

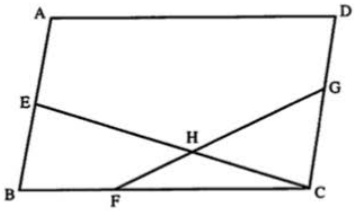



2

# 数学　中学3年

## 定期テスト・単元テスト対策

右の平行四辺形ABCDで，AE＝EB，BF：FC＝1：2，CG：GD＝3：2である。ECとFGの交点をHとするとき，次の各問に答えよ。



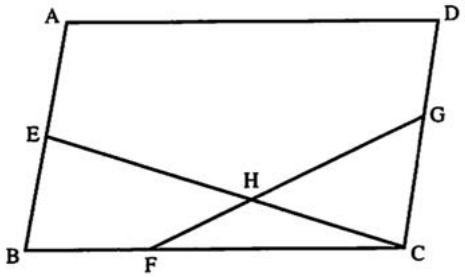

(1) EH：HCを最も簡単な整数の比で表せ。

(2) 平行四辺形ABCDの面積は，△CFHの面積の何倍か。

## 5章　図形と相似

面積比
重要問題
1問

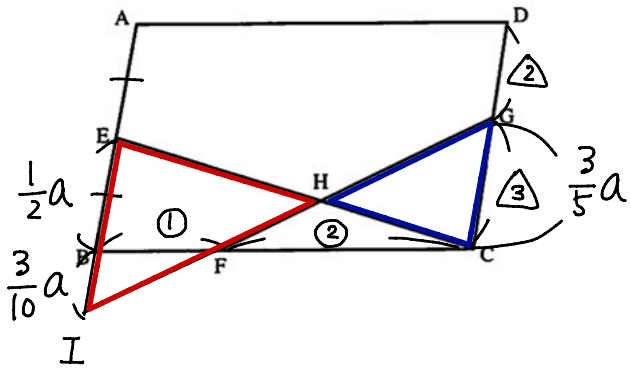
右の平行四辺形ABCDで，AE＝EB，BF：FC＝1：2，CG：GD＝3：2である。ECとFGの交点をHとするとき，次の各問に答えよ。




(1) EH：HCを最も簡単な整数の比で表せ。

(2) 平行四辺形ABCDの面積は，△CFHの面積の何倍か。

(1) EH：HCを最も簡単な整数の比で表せ。




1 GFとABの延長線の交点をIとする。AB＝$a$とおくと、

・$AE = EB = \frac{1}{2}a$

・$CG = \frac{3}{5}a$　・$GD = \frac{2}{5}a$

と表せる。

2 AB // DC より

$BI : CG = BF : CF$

$= 1 : 2$

$BI = \frac{1}{2}CG$

$= \frac{1}{2} \times \frac{3}{5}a$

$= \frac{3}{10}a$

3 $EI = EB + BI$

$= \frac{1}{2}a + \frac{3}{10}a = \frac{4}{5}a$

$\therefore EH : HC = EI : CG$

$= \frac{4}{5}a : \frac{3}{5}a$

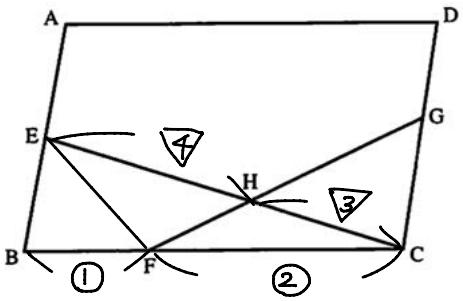
$= 4 : 3$ //

Point

1 求めたい辺を含む三角形を補助線で作り出す！

- 長さを文字でおくと、式が立てやすい！

(2) 平行四辺形ABCDの面積は，△CFHの面積の何倍か。




1 (1)より EH : HC = 4 : 3 なので

△FEH : △FEC = 4 : 7

(△CFH = 3)

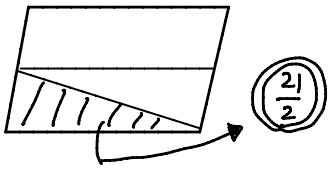
2 BF : FC = 1 : 2 なので

△EBF : △FEC = BF : FC = 1 : 2

△EBF : 7 = 1 : 2 となり △EBF = $\frac{7}{2}$

よって △EBC = 7 + $\frac{7}{2}$ = $\frac{21}{2}$

3



$\frac{21}{2}$

なので 平行四辺形全体は，

$\frac{21}{2} \times 4 = 42$

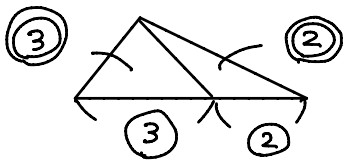
$\frac{42}{3}$倍

Point

◎「基準」の面積比を設定

(今回だと △FECの3)

◎ 高さの等しい三角形の面積比




底辺比

に等しい！